

BUREAU D'ETUDE

Combustion

Enoncé

Etude 1. Impact sur l'environnement d'une installation de production d'électricité à base de combustible fossile

Cet exercice a pour but d'étudier le fonctionnement des turbines à combustion (TAC) qui viennent d'être installées à Rio Bravo (Mexique). Le site est équipé de deux TAC dégageant chacune une puissance de 250 MWe.

1. La production annuelle de ce site doit être au minimum de 4000 GW h. Combien d'heures par an les deux TAC vont-elles fonctionner ?

2. Le tableau suivant donne les caractéristiques du gaz brûlé par les TAC :

CH_4 (%vol)	81.3
C_2H_6 (%vol)	2.9
C_3H_8 (%vol)	0.4
C_4H_{10} (%vol)	0.2
N_2 (%vol)	14.2
CO_2 (%vol)	1.0
PCI en kWh/Nm ³	8.8
Masse volumique à $T = 0^\circ C$ et sous 1 atm(en kg/Nm ³)	0.83

Sachant que le rendement de ces turbines est voisin de 40%, évaluer le débit horaire de gaz consommé par une turbine.

3. Evaluation du pouvoir comburivore du gaz brûlé

On appelle *pouvoir comburivore* d'un combustible gazeux, la quantité d'air nécessaire à la combustion stoechiométrique de 1 Nm³ de gaz.

Ecrire les équations de combustion stoechiométriques des hydrocarbures composant le gaz injecté et en déduire le pouvoir comburivore du gaz utilisé

Rappel : Volume molaire = 22.4 Nm³/mol pour les gaz.

4. Evaluation de la composition des fumées.

On appelle *pouvoir fumigène* d'un combustible gazeux la quantité de fumées produite par la combustion stoechiométrique de 1 Nm³ de gaz.

Evaluer la quantité de vapeur d'eau et de CO_2 produite par la combustion de 1 Nm³ de gaz et en déduire le pouvoir fumigène du gaz injecté. En fait, les TAC travaillent avec un excès d'air de 200%. En déduire la composition globale des fumées, en fraction volumique pour chaque constituant.

5. Pouvoir polluant de ce type d'installation

D'après vous, quel est le principal type de polluant produit par les TAC fonctionnant au gaz ? Comment se forme-t-il ? Décrivez ses effets sur l'environnement.

6. Evaluation de la quantité de monoxyde d'azote produite par les TAC

Le NO thermique est formé en fin de combustion dans la zone de postflamme alors que les autres constituants ont pratiquement atteint leur état d'équilibre. La littérature donne différentes lois de vitesse pour la formation du NO thermique. Levy et al. proposent la loi suivante :

$$X_{NO} = k \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) X_{N_2} (X_{O_2} \rho)^{0.5} \tau_s$$

où X_j désigne le pourcentage de l'espèce j dans les gaz, T la température des fumées (en K), ρ la masse volumique des fumées en kg/m^3 , τ_s le temps de séjour des gaz. On suppose que, dans la zone de postflamme, la température moyenne des gaz est d'environ 1200°C , qu'on est à pression atmosphérique et que le temps de séjour des fumées est de 2 secondes environ.

Evaluer la densité des fumées puis en déduire la concentration en NO (en ppm) dans les fumées.

Données numériques :

$$k = 1.0 \times 10^{13}; E/R = 5.81 \times 10^4 \text{ K}^{-1}$$

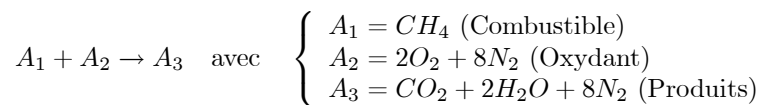
Constituant	ρ_i ($\text{kg}/\text{N m}^3$) Conditions normales
CO_2	2.05
H_2O	0.8
N_2	1.25
O_2	1.42

Etude 2. Mise en oeuvre d'un modèle de chimie rapide à trois corps pour une flamme de diffusion turbulente

On souhaite développer une modélisation permettant d'étudier les brûleurs des turbines à gaz de l'exercice précédent. Afin d'élaborer un modèle physique permettant l'étude numérique de la configuration considérée, on travaillera essentiellement sur la base d'ordres de grandeur (tirés de données expérimentales ou des résultats des calculs proposés) et on s'attachera à détailler les équations à résoudre et la démarche à utiliser.

On considérera, pour simplifier, une flamme de méthane en air libre (air ambiant à 300 K). Le jet de méthane est émis à 40 m/s et 300 K par un orifice circulaire de diamètre 7,7 mm. Cette configuration, qui a fait l'objet d'investigations expérimentales, nous permettra de développer le modèle et de le valider avant de le mettre en oeuvre sur les brûleurs des TAC. Dans l'expérience, l'injection est constituée de 96% de méthane et de 4% d'hydrogène (en masse). L'hydrogène est destiné à produire une flamme pilote. On le négligera dans l'analyse simplifiée menée ici.

On considère que l'équation de combustion s'écrit sous la forme simplifiée suivante (équation à trois corps) :



Il s'agit d'une approximation relativement forte, étant donné la complexité de la réaction (Cf. poly).

Pour simplifier l'étude, on fera les hypothèses suivantes :

- tous les gaz sont assimilés à des gaz parfaits,
- le nombre de Mach dans la flamme reste faible,
- tous les gaz sont supposés avoir le même C_p , supposé indépendant de la température, $C_p = 30 \text{ J/mol/K}$,
- tous les gaz seront supposés avoir le même coefficient de diffusivité moléculaire, supposé indépendant de la température, noté D ,
- toutes les autres propriétés physiques des fluides seront supposées constantes (viscosité, conductivité thermique),
- le nombre de Lewis sera supposé proche de 1.

1. Nature du problème : déterminer la nature de la flamme à étudier :

- de diffusion ou de prémélange,
- laminaire ou turbulente,

- à cinétique rapide ou non,
- à forts effets de gravité ou non.

NB : On notera \dot{w} désigne la vitesse de réaction définie comme le taux d'apparition des produits. On supposera que la vitesse de réaction \dot{w} est donnée par la loi expérimentale de Borghi et Pourbaix :

$$\dot{w} = 3 \times 10^{22} \times \rho \times Y_{O_2} \times Y_{CH_4} \times \exp\left(\frac{-24000}{T}\right)$$

avec T en Kelvin et \dot{w} en s^{-1} .

2. Calculer la température adiabatique de flamme correspondante. Que peut-on dire de la température réelle de flamme ?

3. Equations de bilan du mélange

Ecrire les équations de bilan pour le mélange réactif. Simplifier les termes qui peuvent l'être.

4. Taux de mélange

Pour simplifier la résolution, on introduit le taux de mélange f défini comme suit :

$$f = \frac{y_j - y_j^2}{y_j^1 - y_j^2}$$

où :

- y_j est la fraction massique de l'élément j (Carbone par exemple) au point (\underline{x}, t) considéré,
- y_j^1 est la fraction massique de l'élément j dans le combustible pur,
- y_j^2 est la fraction massique de l'élément j dans l'oxydant pur,
- y_j^3 est la fraction massique de l'élément j dans les produits purs.

On définit également la valeur de f à la stoechiométrie :

$$f_s = \frac{y_j^3 - y_j^2}{y_j^1 - y_j^2}$$

Calculer le taux de mélange dans le jet de méthane pur ainsi que dans l'air ambiant. Calculer la valeur de f_s .

5. Modèle de chimie rapide à trois corps

On note Y_1, Y_2, Y_3 les fractions massiques de A_1, A_2, A_3 . En utilisant un modèle simple de chimie infiniment rapide, exprimer les valeurs instantanées de ces fractions massiques en fonction du taux de mélange f et du taux de mélange à la stoechiométrie f_s . On distinguera deux configurations : mélange riche et pauvre (i.e., respectivement, taux de mélange supérieur et inférieur à f_s). Donner l'allure des courbes $Y_i(f)$ dans la flamme.

6. Evolution du taux de mélange

Justifier l'écriture de l'équation de bilan sur le taux de mélange sous la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{\text{grad}} f = D \Delta f$$

Préciser les conditions aux limites de cette équation dans la flamme.

Compte tenu des hypothèses faites, on montre (la démonstration n'est pas demandée ici) que l'équation de bilan sur l'enthalpie s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{\text{grad}} h = a \Delta h$$

Ecrire l'équation et les conditions aux limites vérifiées par l'enthalpie adimensionnelle :

$$h^+ = \frac{h - h_2(T_0)}{h_1(T_0) - h_2(T_0)}$$

En déduire une relation entre f et h^+ .

7. Effet de la turbulence

On souhaite évaluer l'impact des fluctuations du taux de mélange dues à la turbulence. Pour cela on mesure localement le taux de mélange et la fraction massique en combustible Y_1 . On obtient les mesures données sur les figures ci-dessous. Commenter l'allure de ces courbes et montrer que si \bar{f} désigne la moyenne du taux de mélange et \bar{Y}_1 , celle de la fraction massique en combustible, alors on ne peut pas appliquer directement le modèle développé dans la question 5 à \bar{f} et \bar{Y}_1 .

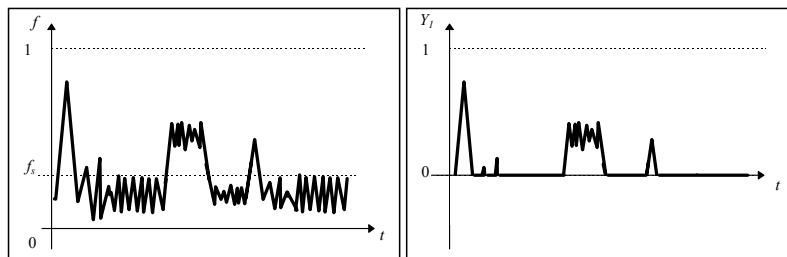


FIG. 1 – Mesures du taux de mélange et de la fraction massique de combustible dans la flamme.

8. Modèle de turbulence

Dans toute la suite on supposera que les variations de masse volumique sont négligeables, de sorte qu'on pourra considérer que $\rho = \bar{\rho} = \text{constante}$. On peut donc utiliser la moyenne de Reynolds. On note \bar{f} la valeur moyenne du taux de mélange et f' sa fluctuation de façon à que $f = \bar{f} + f'$. A partir de l'équation sur le taux de mélange instantané, établir une équation portant sur sa moyenne \bar{f} et dans laquelle on proposera une modélisation des termes inconnus. Vérifier que l'équation sur l'intensité des fluctuations du taux de mélange $\overline{f'^2}$ s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{f'^2}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{\text{grad}} \overline{f'^2} = \text{div} \left[\kappa \underline{\text{grad}} \overline{f'^2} - \underline{v}' f'^2 \right] - 2 \underline{v}' f' \cdot \underline{\text{grad}} \bar{f} - 2 \kappa (\underline{\text{grad}} f')^2$$

où κ désigne la diffusivité thermique. Interpréter les différents termes du second membre et proposer une modélisation des termes inconnus. En particulier, pour modéliser le dernier terme, on supposera que l'échelle de temps des grosses structures dynamiques (échelle de temps de la turbulence) est proportionnelle au temps caractéristique des grosses "bouffées" de taux de mélange.

9. Ordre de grandeur des fluctuations du taux de mélange

On considère le jet turbulent décrit p. 49 du poly. Le champ de vitesse dans le jet est donné par une solution de similitude. De même, le taux de mélange à une distance z donnée de l'injection, soit :

$$\bar{f}(r, z) = f_0(z) \exp \left[- \left(\frac{r}{r_c(z)} \right)^2 \right]$$

où $f_0(z)$ est la valeur sur l'axe à la distance z , r la distance à l'axe et r_c le rayon du jet à la distance z de l'injection. En utilisant une hypothèse d'équilibre local des fluctuations du taux de mélange (production = dissipation), exprimer $\overline{f'^2}$ en fonction de l'échelle de longueur de la turbulence L_t , de $\underline{\text{grad}} \bar{f}$ et de constantes appropriées. Simplifier cette expression en considérant, d'une part, que dans un jet turbulent $L_t \sim r_c$, et en supposant d'autre part que :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \gg \frac{\partial \bar{f}}{\partial z} \\ \text{Pr}_t = 1 \end{cases}$$

Commenter le résultat obtenu.

10. Calcul des inconnues physiques moyennes du problème.

On suppose qu'on résout les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement, couplées à un modèle de turbulence $k - \varepsilon$ et aux équations modélisées sur \bar{f} et $\overline{f'^2}$.

Afin de permettre de calculer les moyennes des grandeurs physiques du problème, un raisonnement probabiliste est utilisé (les relations instantanées du modèle de chimie rapide ne sont pas remises en cause, mais le passage à la moyenne sera fait de manière probabiliste).

On introduit la fonction densité de probabilité $P(f)$, probabilité pour que le taux de mélange soit compris entre f et $f + df$. On définit alors :

$$\bar{f} = \int_0^1 f P(f) df$$

On présume en outre une forme de la fonction densité de probabilité $P(f)$ à partir de la moyenne du taux de mélange et de la variance de ses fluctuations :

$$P(f) = \frac{f^{a-1} (1-f)^{b-1}}{\int_0^1 f^{a-1} (1-f)^{b-1} df}$$

avec :

$$a = \bar{f} \frac{\bar{f}(1-\bar{f}) - \overline{f'^2}}{\overline{f'^2}}$$

et :

$$b = (1-\bar{f}) \frac{\bar{f}(1-\bar{f}) - \overline{f'^2}}{\overline{f'^2}}$$

La connaissance de la moyenne du taux de mélange et de la variance de ses fluctuations permet de connaître la fonction densité de probabilité en tout point.

Détailler une méthode de calcul des autres grandeurs à calculer pour résoudre complètement le problème (en particulier les fractions massiques moyennes, l'enthalpie moyenne et la température moyenne).